

Tutorium zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik I“

1. Seien M und N Mengen. Wir betrachten die Aussage

$$M \cap N = M. \quad (*)$$

Zeigen Sie, daß $(*)$ äquivalent ist zu $M \cup N = N$, und geben Sie (ohne Beweis) zwei weitere Aussagen an, welche zu $(*)$ äquivalent sind.

2. Zeichnen Sie die folgenden Teilmengen von \mathbb{R}^2

$$A = \{-1\} \times [-1, 0.5] \quad B = \left([-2, -1] \cup [1, 3]\right) \times [1, 4] \quad C = [2, 6] \times [2, 3]$$

sowie die Mengen $B \cup C$, $B \cap C$ und $B \setminus C$ in ein Koordinatensystem ein. Schreiben Sie $B \cap C$ als Produktmenge (also in der Form $X \times Y$ mit $X, Y \subset \mathbb{R}$). Können Sie auch $B \setminus C$ als Produktmenge schreiben? (Antwort mit Begründung!)

3. a) Berechnen Sie für $n \in \{1, 2, 3, 4\}$

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{k+1} \quad \text{und} \quad \prod_{k=1}^n \frac{2k}{k+1}.$$

- b) Schreiben Sie

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \dots + \frac{99}{100} \quad \text{und} \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8} \cdot \dots \cdot \frac{50}{149}$$

mit Hilfe des Summen- bzw. Produktzeichens.

- c) Bestimmen Sie den Wert des Produkts

$$\prod_{k=1}^{99} \frac{k}{k+1}.$$

4. Sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper. Zeigen Sie (ganz analog zu 3.4a) der Vorlesung):

- a) Das Einselement $1 \in K$ mit $a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$ für alle $a \in K$ ist eindeutig bestimmt.
b) Das bzgl. “ \cdot ” zu $a \in K \setminus \{0\}$ inverse Element $\tilde{a} \in K$ mit $a \cdot \tilde{a} = 1 = \tilde{a} \cdot a$ ist eindeutig bestimmt.